

BANCO DE GUATEMALA

Documentos de Trabajo

CENTRAL BANK OF GUATEMALA

Working Papers





BANCO DE GUATEMALA

La serie de Documentos de Trabajo del Banco de Guatemala es una publicación que divulga los trabajos de investigación económica realizados por el personal del Banco Central o por personas ajenas a la institución, bajo encargo de la misma. El propósito de esta serie de documentos es aportar investigación técnica sobre temas relevantes, tratando de presentar nuevos puntos de vista que sirvan de análisis y discusión. Los Documentos de Trabajo contienen conclusiones de carácter preliminar, las cuales están sujetas a modificación, de conformidad con el intercambio de ideas y de la retroalimentación que reciban los autores.

La publicación de Documentos de Trabajo no está sujeta a la aprobación previa de los miembros de la Junta Monetaria del Banco de Guatemala. Por lo tanto, la metodología, el análisis y las conclusiones que dichos documentos contengan son de exclusiva responsabilidad de sus autores y no necesariamente representan la opinión del Banco de Guatemala o de las autoridades de la institución.

*****©*****

The Central Bank of Guatemala Working Papers Series is a publication that contains economic research documents produced by the Central Bank staff or by external researchers, upon the Bank's request. The publication's purpose is to provide technical economic research about relevant topics, trying to present new points of view that can be used for analysis and discussion. Such working papers contain preliminary conclusions, which are subject to being modified according to the exchange of ideas, and to feedback provided to the authors.

The Central Bank of Guatemala Working Papers Series is not subject to previous approval by the Central Bank Board. Therefore, their methodologies, analysis and conclusions are of exclusive responsibility of their authors, and do not necessarily represent the opinion of either the Central Bank or its authorities.

Metas de inflación y transmisión de tasa de interés: el caso colombiano

*Fernando Melo Velandia
Reinaldo Becerra Camargo*

Resumen

Este documento estudia la transmisión de las medidas implementadas por el Banco de la República hacia las tasas de interés de los bancos comerciales. A partir de un modelo de equilibrio parcial que describe la actividad bancaria, se plantea un modelo VECX-MGARCH, el cual permite analizar las interacciones entre las tasas de interés tanto en niveles como en volatilidades. En general, los resultados del modelo empírico respaldan las implicaciones del modelo teórico. En efecto, los análisis de las funciones de impulso respuesta en media y varianza, sugieren que el efecto de un choque monetario sobre las tasas de interés es completo (uno a uno) y siguen de cerca los objetivos planteados por el banco central bajo esquema de metas de inflación.

1. Introducción

Desde 2001 la política monetaria en Colombia se conduce bajo el esquema de metas de inflación (*inflation targeting*), según el cual el banco central busca “anclar” las expectativas de los agentes, anunciando un rango de valores sobre el cual la tasa de inflación se debe encontrar al finalizar el año. En el caso colombiano, el Banco de la República (Banrep) utiliza como instrumento de política sus tasas de interés de intervención, con el fin de modificar la tasa de interés interbancaria (su meta operativa), y a su vez influenciar las tasas de interés de plazos más largos, a partir de las cuales los individuos toman sus

decisiones de consumo e inversión. Este documento busca describir la dinámica de la transmisión de tasas de interés, entendiendo ésta como el mecanismo a través del cual las decisiones de política monetaria afectan las tasas de interés de los bancos comerciales. Como se discutirá más adelante, este tipo de aproximaciones tiene importantes implicaciones en la práctica ya que, por un lado, verifica la existencia de canales de transmisión comúnmente usados por los bancos centrales, como son los canales de demanda agregada y crédito; además cuantifica la efectividad (la magnitud de la respuesta de variables que se tienen como objetivos de política) y la velocidad del ajuste de los objetivos de política ante medidas de política monetaria. El análisis de transmisión de tasas de interés es un tema que ha adquirido gran relevancia, en especial después de la implementación del esquema de metas de inflación, en el cual la tasa de interés de corto plazo se convierte en la meta operativa del banco central. Por ejemplo Mojon (2000) verifica los efectos que tienen diferentes estructuras financieras sobre la transmisión de tasas de interés para varios países de la Unión Europea, mientras que Kok-Sorensen (2006) desarrolla un análisis similar para países de la Unión Europea, empleando nuevas técnicas econométricas de datos panel y cointegración. En el caso colombiano, Betancourt et al (2008a), Betancourt et al (2008b) y Becerra y Melo (2008) utilizan modelos microfundamentados de la actividad bancaria, para explicar la transmisión de tasas de interés.

Al igual que Becerra y Melo (2008), este trabajo se divide en dos grandes secciones. En primer lugar describe brevemente el esquema de metas de inflación usado en Colombia a la vez que plantea un modelo teórico en el cual se analizan las relaciones existentes entre las tasas de interés (activas y pasivas) de los bancos comerciales y la tasa de interés de política monetaria. Con respecto a Becerra y Melo (2008), el modelo expuesto en este documento presenta grandes ventajas, ya que éste es un modelo de equilibrio parcial en el que se permite explícitamente que los bancos comerciales obtengan recursos del banco central y además extiende sus conclusiones al contexto dinámico estocástico. En segundo lugar se estima un modelo multivariado de series de tiempo que describe la dinámica que existe entre las tasas de interés de créditos, de depósitos, interbancaria y la tasa de intervención del Banrep. Una de las principales diferencias con respecto a otros trabajos que analizan la transmisión de tasa de interés para la economía colombiana se encuentra en el uso de datos de alta frecuencia (semanales), los cuales permiten no sólo evaluar la magnitud y la velocidad con la que las tasas de interés responden a los cambios de política monetaria, sino que también permiten analizar la reacción de la volatilidad de éstas ante choques de política. Este último punto se encuentra en línea con la idea que la efectividad (y credibilidad) de un banco central se incrementa cuando éste se desenvuelve en un ambiente más estable. En esta medida, si un banco central no influye en la volatilidad de las tasas de interés, fortalece la efectividad de sus medidas de política y contribuye a que los participantes en los mercados financieros identifiquen la postura de la política monetaria (Tuysuz, 2007).

En este orden de ideas, la estructura del documento es como sigue: en la segunda sección se realizan algunas consideraciones sobre el funcionamiento de la política monetaria en Colombia bajo el esquema de metas de inflación; en la tercera sección se presenta un modelo teórico en el que se describe la actividad bancaria para un mercado de competencia perfecta, donde se establecen las relaciones entre las tasas de interés de los bancos comerciales y la tasa de política monetaria; la cuarta sección muestra los principales resultados de la estimación del modelo multivariado de tasas de interés. La quinta sección incluye las conclusiones.

2. Política monetaria en Colombia

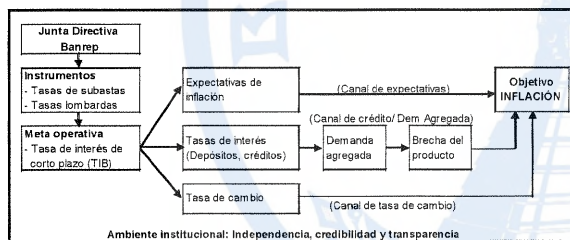
Por mandato constitucional la función básica del Banrep es velar por el mantenimiento del poder adquisitivo de la moneda. Para esto, desde comienzos de la década de los noventa, el Banrep implementó una serie de estrategias encaminadas a reducir la tasa de inflación, la cual, en promedio, osciló alrededor de 23% anual entre 1971 y 1990, alcanzando su valor máximo en este último año (32,4%). Durante el período 1992-1999, el eje fundamental de la política monetaria fue el uso de una meta intermedia monetaria (siguiendo el crecimiento de la base monetaria o de M1) junto con una banda cambiaria deslizante. Después de 1999 el Banrep decidió abandonar la banda cambiaria y comenzó la transición hacia un esquema de metas de inflación, en el que la tasa de interés de corto plazo se consolidó como el instrumento de política, y el cumplimiento de una meta de inflación al finalizar el año se convirtió en el objetivo principal del banco central (Gómez et al, 2002).

En 2001 la política monetaria en Colombia terminó la transición hacia el esquema de metas de inflación. En la práctica, el Banrep busca “anclar” las expectativas de los agentes anunciando el valor sobre el cual la tasa de inflación se debe encontrar al finalizar cada año. Para cumplir con esta meta, el banco central utiliza como su principal instrumento las tasas de interés de las subastas de expansión (contracción)¹, a través de las cuales suministra (reduce) liquidez al mercado a partir de la compra (venta) de títulos de deuda del Gobierno. Complementarias a las tasas de subastas, el Emisor mantiene dos tasas lombardas para suministrar (recibir) los faltantes (excesos) de liquidez de las entidades financieras después de las subastas (Huertas et al, 2005). Este sistema permitió establecer un rango sobre el cual oscila la tasa interbancaria (Gómez et al, 2002). Así, a través del control de las tasas de muy corto plazo, la autoridad monetaria busca afectar las tasas de interés de plazos más largos, modificando a su vez la demanda agregada y el nivel de precios.

¹ La definición de estas series y las demás tasas de interés utilizadas en el documento se encuentran en el Anexo B.

La **figura 1** muestra la forma en la que opera la estrategia de metas de inflación implementada en Colombia. La Junta Directiva del Banrep, en su reunión mensual, decide establecer las tasas de subasta y lombardas de expansión y contracción, con el fin de establecer el rango en el cual se debería mover la tasa de interés interbancaria. Al variar la tasa interbancaria, esto afecta de diversas maneras la economía, entre las cuales se destacan, cambios en las expectativas de inflación (un cambio en las expectativas futuras de inflación afecta la tasa de inflación observada), la tasa de cambio real y las tasas de interés de plazos más largos. Finalmente, los cambios en las tasa de interés de corto plazo afectan variables reales de la economía, inversión en el caso del canal de crédito y las exportaciones netas en el canal de tasa de cambio, afectando la producción y los precios (Mishkin, 1996).

Figura 1. Política monetaria y mecanismos de transmisión en Colombia



Fuente: Adaptado de Longworth (2000) y Huertas et al (2006).

Como lo señalan Blejer y Leone (2000), un factor importante en este esquema es el ambiente institucional. Por un lado, para la implementación efectiva del esquema de metas de inflación, se requiere una completa independencia del banco central en el manejo de sus instrumentos, requisito que se satisface gracias a la independencia asignada al Banrep por la constitución de 1991. En segundo lugar, la credibilidad desempeña un papel fundamental en este esquema, ya que mientras el banco central sea creíble, le será más fácil modificar las expectativas de los agentes en el mercado. Al respecto, la precisión de las metodologías usadas para pronosticar la inflación futura, aspecto clave para la toma de decisiones de política, resulta fundamental para cumplir las metas

de inflación.² La transparencia y rendición de cuentas por parte de la autoridad monetaria permite generar un ambiente de confianza en las decisiones de política. Los informes trimestrales de inflación, la publicación de las minutas de las reuniones de la Junta Directiva desde mediados de 2007 y la simple verificación del cumplimiento de la meta de inflación, son algunos de los mecanismos que usa el Banrep como rendición de cuentas al país.

2.1 Transmisión de tasas de interés y efectividad de la política monetaria

Si bien los párrafos anteriores muestran el esquema a través del cual opera la política monetaria en Colombia, su efectividad sobre el control de la inflación dependerá en buena medida del grado de asociación que exista entre las tasas de interés controladas por el banco central y su meta operativa y, a su vez, de la respuesta que tengan las variables consideradas como claves para cada uno de los mecanismos de transmisión a las decisiones de política. En particular, la transmisión de tasas de interés (entendiendo ésta como la relación existente entre las tasas de intervención del Banrep, la tasa del mercado interbancario y las tasas de interés de los bancos comerciales) resulta fundamental para verificar la existencia de los canales de crédito y demanda agregada.

La transmisión de las tasas de interés ha sido un aspecto importante en los estudios de efectividad de la política monetaria.³ Al respecto, la mayoría de trabajos se concentran en cuantificar dos características de este tipo de transmisión. En primer lugar, se trata de identificar si el efecto de un incremento de la tasa de intervención sobre las demás tasas de interés es “completo” (es decir, una relación uno a uno) o, si por el contrario, esta respuesta es inferior a la esperada por el banco central. Este aspecto resulta clave en la toma de decisiones por parte de la autoridad monetaria, ya que una correcta cuantificación de este efecto

² Gómez et al (2002) destacan que el desarrollo de las metodologías de pronóstico de inflación, junto con el modelo de mecanismos de transmisión, fueron determinantes para consolidar la transición hacia el esquema de metas de inflación.

³ Véase, entre otros, los trabajos de Mojon (2000), Weth (2002), Bredin et al (2002), Kok Sorensen y Werner (2006) y Betancourt et al (2008b).

muestra la capacidad que tiene la política monetaria para influir sobre la economía a través de los canales de crédito y demanda agregada. En segundo lugar, la velocidad con la que se ajustan las tasas de interés de mercado ante cambios en la tasa de intervención del banco central ofrece información adicional sobre la rapidez con que las autoridades monetarias pueden reaccionar a choques adversos en la economía.

Junto con la magnitud y la velocidad de la transmisión de las tasas de interés, un tercer aspecto relevante para determinar la efectividad de la política monetaria a través de este canal se encuentra en la volatilidad de la tasa de interés y el impacto que tienen las medidas del banco central sobre ésta. De hecho, una tarea importante para un banco central es la reducción de la volatilidad asociada a las medidas de política monetaria y esto se obtiene de forma más sencilla cuando un banco central es creíble (Tuysuz, 2007)⁴. Este es uno de los argumentos en el que sustenta la importancia de procurar la estabilidad de las tasas de interés, ya que una menor variabilidad de éstas reduce la incertidumbre a la que se enfrentan los agentes para la toma de decisiones de inversión y ahorro en el largo plazo, incrementa la efectividad de los canales de transmisión de política monetaria⁵ y contribuye al aumento de la estabilidad macroeconómica (Amato y Laubach, 1999).

3. El modelo

Como se mencionó, establecer cuáles son las relaciones que existen entre las tasas de interés al interior de una economía, resulta de gran importancia ya que esto permite verificar la existencia y efectividad de algunos de los canales de transmisión de la política monetaria. Para establecer dichas relaciones, este documento utiliza un modelo intertemporal que describe la actividad bancaria en mercados de competencia perfecta, el cual se asemeja al presentado por Hülsewig et al (2006)⁶. A continuación se presentan

las principales características y resultados de este modelo.

3.1 El problema de los bancos comerciales

El modelo se fundamenta en un sistema bancario compuesto de N bancos idénticos, cuya actividad económica consiste en brindar servicios financieros en los que los bancos obtienen depósitos de los hogares (D^i , $i = 1, \dots, N$) y financian las necesidades de inversión de las firmas, a través de créditos (L^i). Para cada uno de los bancos, los beneficios están determinados por:

$$\pi_i^i = r_i^L L_i^i + r_i^M B_i^i - r_i^D D_i^i - r_i^S S_i^i - C(L_i^i, D_i^i) \quad (1.1)$$

donde r_i^L , r_i^D , y r_i^M , son las tasas de interés de los préstamos, los depósitos y con las que los bancos obtienen recursos en el mercado interbancario, respectivamente. Por su parte, r_i^S es la tasa de política fijada por el banco central, a la que los bancos comerciales obtienen recursos de la autoridad monetaria, denotados por S_i^i . Teniendo en cuenta que el modelo supone un mercado de competencia perfecta, r_i^L , r_i^D , r_i^M y r_i^S son variables exógenas para los agentes, en este caso los bancos comerciales. Por otro lado, la función $C(L_i^i, D_i^i)$ es la función de costos de administración de los créditos y depósitos, la cual se supone de la forma:

$$C(L_i^i, D_i^i) = \frac{\gamma_1}{2} (L_i^i - L_{i-1}^i)^2 + \frac{\gamma_2}{2} (D_i^i - D_{i-1}^i)^2 \quad (1.2)$$

para $i = 1, \dots, N$ ⁷. Finalmente, B_i^i representa la posición neta del i -ésimo banco en el mercado interbancario, que se determina por la diferencia:⁸

$$B_i^i = D_i^i + S_i^i - R_i - L_i^i \quad (1.3)$$

Al igual que en Betancourt et al. (2008b), R_i es el nivel de reservas exigidas por el banco central, que

⁴ El concepto de credibilidad y su relación con el manejo de política monetaria se encuentra en Blinder (1999).

⁵ Por ejemplo, Mojon (2000) encuentra evidencia de que mayor volatilidad de la tasa de interés interbancaria reduce la efectividad de la transmisión de tasas de interés.

⁶ Una discusión detallada de estos modelos se encuentra en Freixas y Rochet (1997, Cap. 3, pág. 51) y Sargent (1979).

⁷ Vale la pena destacar que, excepto por la función de costos, la función de beneficios incorpora únicamente los valores contemporáneos de depósitos, créditos, posición en el mercado interbancario y con el banco central. De esta manera, el modelo no permite que los bancos enfrenten descalces (diferencias de plazos) en sus posiciones.

⁸ Nótese que, en este modelo $S_i^i \geq 0$, mientras que B_i^i puede tomar valores positivos o negativos.

se supone constante para todos los bancos. La imposición de este supuesto implica que el modelo no considera la posibilidad de que el banco central utilice el coeficiente de encaje como instrumento de política. A partir de las ecuaciones (1.1), (1.2) y (1.3) los bancos determinan la oferta de crédito, la demanda de depósitos y la cantidad de préstamos a solicitar al banco central que solucionan el problema:

$$\max_{L_{t+j}^i, D_{t+j}^i, S_{t+j}^i} V^i = E_t \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \pi_{t+j}^i \quad (1.4)$$

Donde $0 < \beta < 1$ es el factor de descuento y $E_t(X) = E(X | \mathfrak{F}_t)$ representa el valor esperado condicional de la variable X sujeto al conjunto de información disponible en el momento t , denotado por \mathfrak{F}_t . Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial V_t^i}{\partial L_t^i} = r_t^L - r_t^M - \gamma_1 (L_t^i - L_{t-1}^i) + \gamma_1 \beta E_t (L_{t+1}^i - L_t^i) = 0 \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial V_t^i}{\partial D_t^i} = r_t^M - r_t^D - \gamma_2 (D_t^i - D_{t-1}^i) + \gamma_2 \beta E_t (D_{t+1}^i - D_t^i) = 0 \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial V_t^i}{\partial S_t^i} = r_t^L - r_t^S = 0 \quad (1.7)$$

de esta manera, los bancos buscarán los volúmenes de créditos y depósitos tales que los márgenes de intermediación $r_t^L - r_t^M$ y $r_t^M - r_t^D$ sean iguales a los costos marginales de administrar y ajustar su portafolio. Por su parte, en el óptimo, las tasas de interés interbancaria y de préstamos del banco central deben igualarse, ya que de otra forma los bancos comerciales encontrarán oportunidades de arbitraje a partir de la reasignación de sus posiciones en el mercado interbancario y con el banco central.

A partir de las condiciones anteriores, la oferta de crédito y la demanda de depósitos de los bancos está determinada por:⁹

$$L_t^i = L_{t-1}^i + \gamma_1^{-1} (r_t^L - r_t^M) + \gamma_1^{-1} \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j E_t (r_{t+j}^L - r_{t+j}^M) \quad (1.8)$$

$$D_t^i = D_{t-1}^i + \gamma_2^{-1} (r_t^M - r_t^D) + \gamma_2^{-1} \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j E_t (r_{t+j}^M - r_{t+j}^D) \quad (1.9)$$

Así, la oferta de crédito y demanda de depósitos por parte de los bancos comerciales estará definida por varios factores. En primer lugar, la decisión de los bancos exhibe un alto nivel de persistencia, ya que los niveles actuales de depósitos y créditos dependen del nivel inmediatamente anterior de estas variables. Este resultado se encuentra asociado con la función de costos de ajuste del portafolio de los bancos (ecuación (1.2)), la que sugiere que los bancos tienden a buscar un tamaño relativamente estable, ya que tratar de cambiar el tamaño de su portafolio de manera drástica incrementa los costos totales de administración.

En segundo lugar, el diferencial entre las tasas de interés interbancaria con las demás tasas de interés de depósitos y créditos genera incentivos para variar la composición de su portafolio de créditos y depósitos. Por ejemplo, un incremento del diferencial $r_t^L - r_t^M$ permite a los bancos incrementar sus beneficios a través del aumento de su oferta de créditos ya sea por un aumento de sus ingresos (incremento en r_t^L) o una disminución en sus costos (reducción en r_t^M). De la misma forma, para el caso de los depósitos, un aumento del diferencial $r_t^M - r_t^D$ genera incentivos para que el banco aumente su demanda de depósitos, ya que los depósitos son una fuente de financiación más barata que la que ofrece el mercado interbancario. De esta manera, ante un nivel de tasa interbancaria constante, la oferta de crédito de los bancos exhibe una pendiente positiva con respecto a r_t^L , mientras que la demanda de depósitos muestra una pendiente negativa con respecto a r_t^D .

En tercer lugar, un factor importante para la determinación de la cantidad de créditos y depósitos se encuentra en las expectativas que tengan los bancos acerca de la evolución futura de los diferenciales $r_{t+s}^L - r_{t+s}^M$ y $r_{t+s}^M - r_{t+s}^D$, los cuales repercutirán sobre las decisiones actuales de los bancos comerciales. Al igual que en el análisis anterior, si los bancos esperan que en el futuro los diferenciales $r_{t+s}^L - r_{t+s}^M$ y $r_{t+s}^M - r_{t+s}^D$ cambien, éstos tratarán de anticipar estos nuevos diferenciales. De esta manera, ante un nivel estable de tasa de interés interbancaria, la demanda de depósitos exhibe una pendiente negativa con respecto a $E_t(r_{t+s}^D)$, mientras que la oferta de créditos presenta una pendiente positiva con respecto a $E_t(r_{t+s}^L)$.

⁹ La derivación de estas funciones se encuentra en el Anexo A.

Con respecto a este último punto, vale la pena destacar el papel de la autoridad monetaria en la evolución de la oferta de créditos y la demanda de depósitos en la economía. En efecto, teniendo en cuenta que la ecuación (1.7) implica que la tasa de interés interbancaria debe igualar a la tasa del banco central, cambios en la tasa de política implican necesariamente un cambio en los diferenciales $r_t^L - r_t^M$ y $r_t^M - r_t^D$. De esta manera, cambios en la tasa de política afectan la composición del portafolio de los bancos. Además, si los bancos esperan que el banco central cambie su tasa de política en el futuro se afecta el portafolio de los bancos comerciales en el presente. Este último argumento destaca la importancia de que el banco central sea confiable, ya que si esta condición no se satisface, las expectativas de los agentes de la evolución futura de la tasa del banco central serán más erráticas, afectando el desempeño actual del mercado bancario.

3.2 Equilibrio en el mercado de crédito y depósitos

La caracterización del mercado de créditos y depósitos requiere encontrar las cantidades óptimas de depósitos y créditos y el nivel de tasas de interés que garantiza que la oferta de depósitos y créditos sea igual a su demanda. Para tal fin, se definen la oferta de créditos y la demanda de depósitos como la suma de las demandas de depósitos y ofertas de créditos de cada uno de los bancos comerciales, de la forma:

$$L_t^S = \sum_{i=1}^N L_t^i = L_{t-1} + NY^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t (r_{t+j}^L - r_{t+j}^M) \quad (1.10)$$

$$D_t^S = \sum_{i=1}^N D_t^i = D_{t-1} + NY^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t (r_{t+j}^M - r_{t+j}^D) \quad (1.11)$$

Cabe destacar que las conclusiones presentadas en la sección anterior se mantienen en el agregado. De igual manera, se supone que las funciones inversas de oferta de depósitos y demanda de créditos por parte del sector real tienen la forma:¹⁰

¹⁰ Con respecto a las funciones de demanda de crédito y oferta de depósitos, vale la pena destacar que es posible incluir variables de estado adicionales; sin embargo, ya que el objetivo de este documento se concentra en la transmisión de tasas de interés, únicamente se incluyen estas variables en dichas funciones.

$$r_t^L = b_0 - b_1 L_t^D \quad (1.12)$$

$$r_t^D = c_0 + c_1 D_t^D \quad (1.13)$$

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, se define el equilibrio competitivo de la economía como el conjunto de tasas de interés $\{r_t^{L^*}, r_t^{D^*}, r_t^{M^*}, r_t^{S^*}\}$ y el conjunto de cantidades $\{D_t^*, L_t^*, S_t^*\}$, que satisfacen las siguientes condiciones:

- Dado $\{r_t^{L^*}, r_t^{D^*}, r_t^{M^*}, r_t^{S^*}\}$, los bancos seleccionan la combinación $\{D_t^*, L_t^*, S_t^*\}$ que maximiza su función de beneficios, sujeto a una estructura de costos determinada y a la restricción de balance (1.3).
- En el agregado, el conjunto de tasas de interés $\{r_t^{L^*}, r_t^{D^*}, r_t^{M^*}, r_t^{S^*}\}$ vacía los mercados de crédito, de depósitos e interbancario, es decir $\{r_t^{L^*}, r_t^{D^*}, r_t^{M^*}, r_t^{S^*}\}$ toma valores tales que se garantizan las siguientes condiciones:

$$L_t^S = \sum_{i=1}^N L_t^i = L_t^D = L_t^* \quad (1.14)$$

$$D_t^S = \sum_{i=1}^N D_t^i = D_t^D = D_t^* \quad (1.15)$$

$$\sum_{i=1}^N L_t^i = \sum_{i=1}^N S_t^i + \sum_{i=1}^N D_t^i - NR, \quad (1.16)$$

$$L_t^* = S_t^* + D_t^* - NR,$$

Esta última condición se obtiene debido a que la suma de las posiciones netas en el mercado interbancario es cero.

De esta manera, en equilibrio $L_t^S = L_t^D = L_t^*$. Al utilizar las expresiones (1.10) a (1.12), las tasas de equilibrio para los mercados de créditos y depósitos se encuentran dadas por:

$$r_t^L = b_0 - b_1 \lambda_1^L L_{t-1} - b_1 \lambda_1^L NY^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} (\lambda_2^L)^j E_t (b_0 - r_{t+j}^M) \quad (1.17)$$

$$r_t^D = c_0 + c_1 \lambda_1^D D_{t-1} + c_1 \lambda_1^D NY^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} (\lambda_2^D)^j E_t (r_{t+j}^M - c_0) \quad (1.18)$$

donde $\lambda_1^L, \lambda_2^L, \lambda_1^D$ y λ_2^D son raíces positivas que dependen de los parámetros del modelo, donde $\lambda_1^L, \lambda_1^D < 1 < 1/\beta < \lambda_2^L, \lambda_2^D$, tal como se discute en el Anexo A. Reorganizando los términos anteriores, se tiene que:

$$r_t^L = \theta_0 + \theta_1 r_t^M + \theta_2 \sum_{j=1}^{\infty} (\lambda_2^L)^j E_t(r_{t+j}^M) \quad (1.19)$$

$$r_t^D = \delta_0 + \delta_1 r_t^M + \delta_2 \sum_{j=1}^{\infty} (\lambda_2^D)^j E_t(r_{t+j}^M) \quad (1.20)$$

En las ecuaciones anteriores,

$$\theta_1 = b_1 \lambda_1^L N Y_1^{-1}, \quad \theta_0 = b_0 - b_1 \lambda_1^L L_{t-1} - \theta_1 b_0 \sum_{j=0}^{\infty} (\lambda_2^L)^j$$

$$\delta_1 = c_1 \lambda_1^D N Y_2^{-1} \text{ y } \delta_0 = c_0 + c_1 \lambda_1^D D_{t-1} - \delta_1 c_0 \sum_{j=0}^{\infty} (\lambda_2^D)^j$$

3.3 Implicaciones de política monetaria

Si bien el modelo expuesto en los párrafos anteriores es relativamente simple, ofrece una serie de herramientas para el análisis de política monetaria. En particular, las ecuaciones (1.7), (1.19) y (1.20) describen la naturaleza de la transmisión de las tasas de interés en la economía, junto con la importancia de la tasa de interés interbancaria como instrumento de política monetaria. En primer lugar, la transmisión entre la tasa de intervención del banco central y la tasa interbancaria es directa, ya que la ecuación (1.7) implica que las tasas de interés interbancaria y de préstamos del banco central deben igualarse, puesto que de otra forma los bancos comerciales encontrarán oportunidades de arbitraje a partir de la reasignación de sus posiciones en el mercado interbancario y con el banco central. De esta manera, la tasa de interés interbancaria se consolida como un instrumento intermedio para la implementación del esquema de metas de inflación expuesto en la sección anterior.

En segundo lugar, la transmisión de la tasa de interés interbancaria mantiene una relación directa con las demás tasas de interés del mercado. En efecto, las relaciones de equilibrio (1.19) y (1.20) indican que existe una relación positiva entre la tasa de interés de créditos y depósitos y la tasa interbancaria. En tercer lugar, el modelo planteado destaca la importancia de las expectativas de la evolución futura de la tasa de interés interbancaria sobre el desempeño de las demás

tasas de interés. De esta manera, la magnitud de la transmisión de tasas de interés dependerá en buena medida del efecto que tenga la tasa de intervención sobre las expectativas de los agentes. Con respecto a este punto, un factor importante para la determinación de las tasas de interés se encuentra asociado al grado de incertidumbre en la que los agentes toman sus decisiones, el cual se refleja en la volatilidad de las tasas de interés. En efecto, en mercados en los que la tasa de interés es volátil, el resultado de un choque de política monetaria resultará más incierto. Esta afirmación es consistente con la evidencia obtenida por Mojon (2000) para la Unión Europea, quien concluye que países en los que la volatilidad de la tasa interbancaria es más alta, el mecanismo de transmisión de la tasa de interés tiende a ser menor que en aquellos países que exhiben una menor volatilidad.

Bajo el esquema anterior, el canal de transmisión de la política monetaria se deriva de la relación existente entre la tasa de política, la tasa de interés interbancaria y las tasas de interés de los créditos de los bancos, afectando de esta manera el crédito y los depósitos. Este canal es conocido como el canal de crédito bancario, el cual, en líneas generales, establece que cambios en la política monetaria afectan la cantidad de depósitos y créditos disponibles en la economía, alterando las decisiones de inversión, la demanda agregada y finalmente, los precios (Mishkin, 1996).

4. Aproximación empírica

En las secciones anteriores, se introdujeron algunas consideraciones que establecen las relaciones existentes entre las tasas de interés de depósitos y créditos y la tasa interbancaria, que está determinada en buena medida por los movimientos de las tasas de subastas y lombardas manejadas por el Banrep. Este documento se restringe a tratar de identificar las relaciones dinámicas entre las tasas de interés interbancaria, de créditos y de depósitos, siendo éstas la primera etapa del canal de transmisión de la política monetaria. Siguiendo a Bernanke y Blinder (1992), las relaciones entre las tasas de interés se pueden aproximar por un modelo de vectores autorregresivos con variables exógenas (*Vector Autoregressions with*

exogenous variables - VARX)¹¹ en forma reducida, el cual es de la forma:

$$y_t = A_0 + A(Z)Y_{t-1} + M(Z)P_t + e_t \quad (1.21)$$

donde $y_t = (r_t^L, r_t^D, r_t^M)'$ es el vector que contiene los niveles de la tasa de colocación de los bancos comerciales (sin incluir las operaciones de tesorería), la tasa de depósitos a término fijo a 90 días y la tasa interbancaria, todas expresadas en términos nominales, reportadas por el Banrep. Por su parte, $p_t = r_t^S$ representa la variable de política, en este caso la tasa de subasta de expansión del Banrep la cual se supone exógena al sistema.¹² Todas las variables se presentan en frecuencia semanal, durante el período comprendido entre enero de 2001 y febrero de 2008.¹³ Nótese que al incluir las variables en niveles se permite la existencia de relaciones de cointegración. Por último, Z representa el operador de rezagos, es decir, $Z^j Y_t = Y_{t-j}$.

Con respecto a la especificación (1.21), vale la pena tener en cuenta ciertas consideraciones. Por un lado, la inclusión de la variable p_t permite modelar explícitamente el efecto de las decisiones de política monetaria sobre las demás tasas de interés. El polinomio $M(Z)$ puede incluir tanto rezagos como adelantos, de manera que el modelo tiene en cuenta la posibilidad que los individuos intenten “anticipar” los movimientos del banco central, los cuales, de

acuerdo con el modelo planteado en la sección anterior se verían reflejados en cambios uno a uno con la tasa interbancaria. Por último, el vector e_t representa el vector de innovaciones del sistema. Teniendo en cuenta la posibilidad de que la volatilidad en el mercado no sea constante, se supone que e_t está no autocorrelacionado, con una distribución con media cero y varianza condicional H_t .

Los resultados de las pruebas de especificación se presentan en el Anexo C.¹⁴ De acuerdo con estas pruebas, se estimó un modelo de corrección de errores con variables exógenas (*Vector Error Correction with exogenous variables* - VECX) con dos relaciones de cointegración incluyendo 10 rezagos de las variables endógenas y una relación contemporánea más 4 rezagos de la primera diferencia de la tasa subasta de expansión, sugeridos por los criterios de Schwarz (1978) y Hannan y Quinn (1979). Cabe destacar que cuando se incluyeron adelantos de la tasa de política en el modelo, éstos no resultaron significativos.

Es importante anotar que, de acuerdo con las pruebas de especificación del modelo, aunque los residuales del modelo no se encuentran autocorrelacionados, existe evidencia de heteroscedasticidad y no normalidad, resultado consistente con la modelación de datos de alta frecuencia (Bollerslev, 1986). En consecuencia, la estimación del modelo incluyó una segunda etapa en la que se estimó un modelo de heteroscedasticidad condicional autorregresiva generalizada (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* - GARCH) multivariado (MGARCH) del tipo BEKK sobre los residuales del modelo. Una descripción detallada de estos modelos se encuentra en el Anexo D.

¹¹ Esta aproximación es comúnmente utilizada en la literatura. Véase por ejemplo los trabajos de Dale y Haldane (1995) y Hülsewig et al (2006), entre otros.

¹² Con relación a la exogeneidad de la variable de política monetaria, en Colombia, como se ilustra en las minutas de la Junta Directiva del Banco de la República (JDBR, la máxima autoridad monetaria), existe una serie de consideraciones adicionales a los niveles de tasa de interés en la toma de decisiones de política. En líneas generales, la JDBR fundamenta sus decisiones en i) la evolución actual de la inflación observada (total y sus principales categorías) y la esperada, capturadas por la encuesta de expectativas de inflación y tasa de cambio realizada mensualmente por el Banrep; ii) la evolución del panorama externo, el crecimiento de la economía y la demanda agregada; y iii) las proyecciones de inflación para los próximos meses. En consecuencia, este documento supone que el banco central determina de manera exógena su tasa de intervención al sistema. Desde mediados de 2007, las minutas de la JDBR se encuentran en el sitio web del Banrep (www.banrep.gov.co).

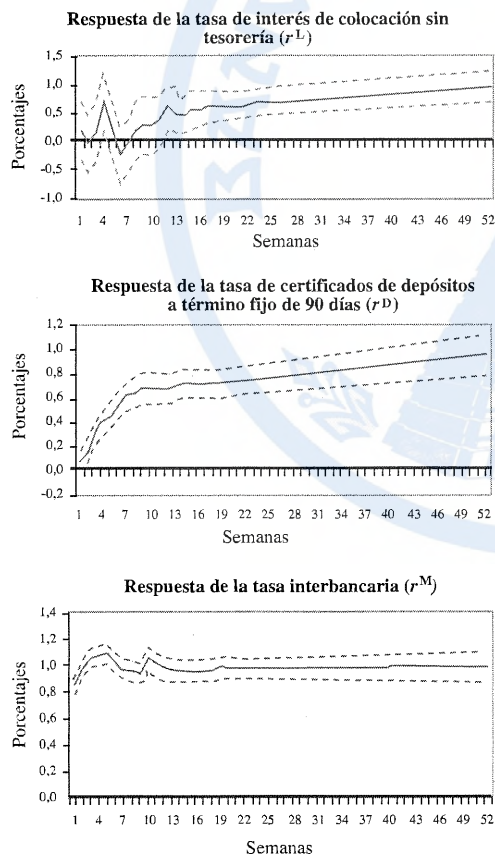
¹³ Una descripción detallada de la forma de cálculo de las series se encuentra en el Anexo B.

¹⁴ Teniendo en cuenta que en este caso el modelo VEC incluye variables exógenas, se hace necesario realizar una modificación sobre la estadística de la traza de Johansen (1988, 1991), sugerida por Boswijk y Doornik (2005). Adicional a las pruebas presentadas en el Anexo C, se realizaron pruebas de estabilidad sobre el modelo VECX implementadas por Lutkepohl (2004), de las que se concluye que el modelo es estable. Estos resultados se encuentran disponibles para los interesados vía correo electrónico.

4.1 Efectos de un choque de política monetaria

A partir del modelo VEC-MGARCH, se realizó un análisis de impulso respuesta del sistema ante un incremento permanente de 100 puntos básicos (p.b.) en la tasa subasta de expansión,¹⁵ controlada por el Banrep. Teniendo en cuenta la no normalidad de los residuales del modelo, los intervalos de confianza fueron obtenidos a través de técnicas de bootstrapping, controlando por la heteroscedasticidad estimada en el modelo MGARCH. De acuerdo con los resultados, un incremento de 100 p.b. sobre la tasa subasta de expansión tiene un efecto positivo y significativo sobre la estructura de tasas de interés interbancaria, de depósitos y de créditos (véase gráfico 1).

Gráfico 1. Funciones de impulso respuesta



* Función que muestra la respuesta de las series ante un choque permanente de 100 p.b. en la tasa subasta de expansión (RS). Intervalos de confianza de 90% obtenidos a través de técnicas *bootstrapping* con 1000 repeticiones.
Fuente: Cálculo de los autores.

A partir de los resultados obtenidos es posible caracterizar la dinámica de la transmisión de las tasas de interés en la economía. En primer lugar, el efecto de la política monetaria sobre la tasa interbancaria es el esperado, tanto en signo como en magnitud. En efecto, la tasa interbancaria es la tasa que responde de forma más rápida al choque en la tasa de subasta de expansión. En la semana que se presenta el choque, la respuesta contemporánea de la tasa interbancaria se encuentra alrededor de 80 p.b. para ubicarse alrededor de 100 p.b. después de la segunda semana. De esta manera, se confirma la idoneidad de la tasa interbancaria como meta intermedia de la política monetaria en Colombia, ya que debido a su estrecha relación con los instrumentos de política, al menos en una primera etapa, responde de manera rápida y estable ante un choque de política.

En segundo lugar, si bien el efecto de mediano plazo (después de un año) de un choque de política monetaria sobre las tasas de interés de depósitos y de créditos es similar (alrededor de 100 p.b.), su dinámica en el corto plazo resulta diferente. En efecto, la tasa de certificados de depósito a 90 días reacciona de manera suave ante el choque de política durante todo el período. Los incrementos más significativos se encuentran alrededor del primer trimestre y posteriormente su ritmo de aumento tiende a moderarse. Por su parte, la tasa de créditos muestra un comportamiento más errático las primeras semanas después del choque, para posteriormente estabilizarse después de un trimestre. Una posible explicación de este resultado se encuentra asociada a la duración media de los depósitos y créditos. En efecto, de acuerdo con las series incluidas en el documento, el plazo promedio de los créditos otorgados por los bancos es superior a un año, mientras que el plazo de los depósitos considerados es de 90 días. En consecuencia, los pasivos de los bancos (depósitos) pueden ajustarse de manera más rápida que los activos (créditos). Una segunda explicación se encuentra en la volatilidad que exhibe la tasa de créditos, ya que, como se discutió en la sección anterior, mayor volatilidad en las tasas de interés afecta la transmisión de la política monetaria.

Sin embargo, vale la pena destacar que el análisis de impulso respuesta sugiere que el efecto de largo plazo

¹⁵ Véase Lutkepohl (2005).

de un choque de política monetaria sobre la tasa de interés de los créditos es similar al efecto de este mismo choque sobre la tasa de depósitos. En efecto, si bien en el corto plazo la dinámica de las tasas de créditos y depósitos difiere, en el largo plazo tiende a estabilizarse y ser de la misma magnitud. Además, la magnitud de las funciones de impulso respuesta se encuentran en línea con los resultados obtenidos en otros trabajos realizados para el caso colombiano. Por ejemplo, Huertas et al (2005) utilizan ejercicios de estadística descriptiva para calcular el impacto de la tasa de subasta de expansión sobre la tasa interbancaria y la tasa de depósitos y, si bien los resultados con respecto a la tasa de depósitos difieren levemente, sus conclusiones son similares a las que se derivan del gráfico 1.

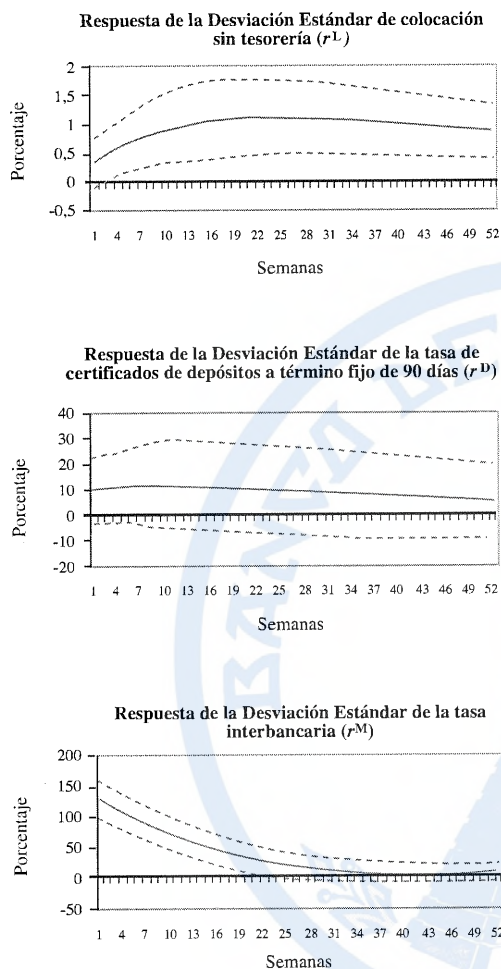
4.2 Efectos de un choque de política monetaria sobre la volatilidad de las tasas de interés

Al igual que en el caso anterior, también es posible establecer cuál es el impacto de un choque de política monetaria sobre la volatilidad de las tasas de interés. Como se mencionó, incrementos en la volatilidad de las tasas de interés asociados a las decisiones de política monetaria dificultan la acción de los bancos centrales, ya que ante tasas de interés más volátiles, la magnitud de la transmisión puede verse afectada, debido a que los agentes toman sus decisiones en escenarios de mayor incertidumbre. Con este fin se utilizó la aproximación empírica de Hafner y Herwartz (2006), en la que se calculan las funciones de impulso respuesta sobre la varianza condicional (Volatility Impulse Response Functions - VIRF) de la serie a partir de los parámetros del modelo MGARCH estimado. Una discusión detallada de la implementación de las VIRF se encuentra en el Anexo E. Cabe anotar que, para realizar una interpretación más apropiada, Hafner y Herwartz (2006) proponen escalar cada elemento de la VIRF con respecto a las volatilidades condicionales estimadas en el período donde se realiza el choque. En consecuencia, las funciones VIRF dependerán de este período y se interpretan como desviaciones porcentuales de la volatilidad condicional de las series en el período del choque. A partir de estos resultados es posible analizar la reacción, en términos de volatilidad, de las tasas de los mercados de depósitos y créditos ante cambios en la política monetaria, los que en este contexto se

representan a partir de un choque en el término de innovación asociado al proceso generador de datos de la tasa de interés interbancaria, teniendo en cuenta la estrecha relación existente entre esta tasa y la tasa de intervención del banco central, descrita en la Sección 2 y ratificada por los resultados presentados en la Sección 4.1.

Las funciones VIRF estimadas se presentan en el gráfico 2. Para este caso se presenta la respuesta de las volatilidades de las series ante un choque en el término de perturbación asociado a la tasa interbancaria de 25 puntos básicos, para la primera semana de agosto de 2002. En general, la respuesta ante un choque de política monetaria resulta en un incremento positivo y significativo sobre la volatilidad de la tasa interbancaria, superior a 100% de la volatilidad observada antes del choque y su efecto ha desaparecido completamente alrededor de 20 semanas después. Sin embargo, la transmisión del choque hacia las demás tasas de interés es relativamente pequeña. En efecto, mientras que la respuesta de la volatilidad de la tasa de créditos ante un choque de política resulta en un incremento menor a 1% de la volatilidad observada antes del choque, la respuesta para la volatilidad de la tasa de depósitos resulta no significativa. Este resultado tiene diferentes implicaciones. En primer lugar, la respuesta de la volatilidad del mercado ante un choque de política monetaria baja, lo que evidencia que la credibilidad del banco central es alta. No obstante, este resultado destaca la importancia del efecto de un choque de política monetaria sobre la volatilidad en la transmisión de tasas de interés. En efecto, un choque de política monetaria incrementa la volatilidad de la tasa de créditos, lo que a su vez dificulta la transmisión de este choque de política en este mercado en el corto plazo (véase gráfico 1). En el mediano plazo, el efecto del choque de política tiende a desvanecerse, permitiendo que un choque de política sea completo.

Gráfico 2. Funciones de impulso respuesta en varianza*



* Función VIRF que muestra la respuesta en la desviación estándar de las series ante un choque de 25 p.b. en la tasa interbancaria (RM) en la primera semana de agosto de 2002. Intervalos de confianza de 90% obtenidos a través de técnicas *bootstrapping* con 1000 repeticiones
Fuente: Cálculo de los autores

4.3 Sensibilidad de los resultados

Por último, en los siguientes párrafos se incluyen algunas consideraciones adicionales, con el fin de verificar qué tan sensibles son los resultados expuestos en esta sección ante cambios en la especificación del modelo. En particular, se tienen en cuenta dos reflexiones particulares. En primer lugar, analiza el efecto del uso de la tasa de encaje como instrumento de política complementario a las tasas de interés. En segundo lugar, se evalúa el impacto de un choque de

política sobre la volatilidad de las tasas de interés en otras fechas adicionales, con el fin de verificar si los resultados anteriores se mantienen sobre toda la muestra. Con respecto al primer punto, a mediados de 2007, el Banrep utilizó como medida complementaria a su política de tasas de interés variaciones en los encajes, fijando el encaje ordinario y el encaje marginal en 8,3% y 27%, respectivamente, tanto para las cuentas de ahorro como para las cuentas corrientes.¹⁶ Para evaluar el efecto que tuvo esta medida sobre el mecanismo de transmisión de tasas de interés, se especificó un modelo VARX de la forma:

$$y_t = A_0 + A(Z)Y_{t-1} + M(Z)p_t + e_t \quad (1.22)$$

En este modelo, el vector de variables exógenas se encuentra definido como $p_t = (r_t^S, I_{\text{encaje}} r_t^S)'$, donde r_t^S representa la tasa subasta de expansión e I_{encaje} es una variable indicadora que toma el valor de uno a partir de la tercera semana de junio de 2007. Al evaluar los resultados, la inclusión de esta nueva variable no resulta significativa para la explicación del modelo y las conclusiones de las funciones de impulso respuesta presentadas en el gráfico 1 no varían de manera importante.¹⁷ Con respecto al segundo punto, se estimaron las funciones VIRF y sus intervalos de confianza cada 73 semanas (aproximadamente una quinta parte de la muestra), resultados que se presentan en el cuadro 1.¹⁸ En general, aunque las magnitudes varían, las respuestas de la volatilidad de la tasa interbancaria y de las tasas de los créditos y los depósitos mantienen un comportamiento similar. En efecto, ante un choque monetario, la respuesta de la volatilidad de la tasa interbancaria se duplica en las primeras semanas después del choque, pero su respuesta se disipa alrededor de 5 meses después. Por su parte, la respuesta de la volatilidad de la tasa de créditos exhibe un aumento significativo inferior a 2%, mientras que para la respuesta de la varianza condicional de la tasa de depósitos no es significativa en ninguno de los períodos evaluados.

¹⁶ <http://www.banrep.gov.co/sala-prensa/com2007-4.html#15062007>

¹⁷ Estos resultados no se presentan en el documento, sin embargo, se encuentran disponibles a solicitud de los interesados.

¹⁸ Vale la pena destacar que las conclusiones se mantienen cuando se realizan ejercicios similares a los presentados en el cuadro 1 para fechas arbitrarias, en particular, fechas relacionadas con movimientos específicos de política monetaria.

De esta manera, los análisis de impulso respuesta sugieren que la dinámica que exhibe el esquema de transmisión de política monetaria a través de las tasas de interés opera de manera apropiada. Por un lado, el efecto de un choque de política monetaria sobre la tasa interbancaria tiene el signo y la magnitud esperada por el banco central y su transmisión a las demás

tasas de interés se consolida relativamente rápido, alrededor de tres meses después. Por otro lado, si bien un choque monetario afecta la volatilidad de la tasa de interés de los créditos de los bancos comerciales, su magnitud no es considerable, mientras que el efecto de un choque monetario sobre la volatilidad de la tasa de interés de los depósitos no es significativo.

Cuadro 1. Funciones VIRF para choques en diferentes períodos de la muestra (intervalos de confianza entre paréntesis)*

Choque (dd-mm-aa)	VIRF para la variable r^L					
	Semana 1	Semana 4	Semana 13	Semana 26	Semana 39	Semana 52
09-08-2002	0,3 (-0,1 , 0,8)	0,6 (0,1 , 1)	1 (0,4 , 1,6)	1,1 (0,5 , 1,8)	1 (0,5 , 1,6)	0,9 (0,4 , 1,3)
26-12-2003	0,4 (-0,1 , 0,8)	0,6 (0,2 , 1,1)	1,1 (0,4 , 1,8)	1,2 (0,5 , 1,9)	1,1 (0,5 , 1,7)	1 (0,4 , 1,5)
06-05-2005	0,4 (-0,1 , 0,9)	0,7 (0,2 , 1,2)	1,2 (0,4 , 1,9)	1,3 (0,6 , 2)	1,2 (0,5 , 1,8)	1 (0,4 , 1,6)
22-09-2006	0,4 (-0,1 , 0,9)	0,7 (0,2 , 1,2)	1,2 (0,5 , 1,9)	1,3 (0,6 , 2,1)	1,2 (0,6 , 1,9)	1 (0,5 , 1,6)
08-02-2008	0,5 (-0,1 , 1,1)	0,9 (0,2 , 1,5)	1,5 (0,5 , 2,4)	1,6 (0,7 , 2,6)	1,5 (0,7 , 2,3)	1,3 (0,6 , 2)

Choque (dd-mm-aa)	VIRF para la variable r^D					
	Semana 1	Semana 4	Semana 13	Semana 26	Semana 39	Semana 52
09-08-2002	9,6 (-4 , 23,1)	10,9 (-2,9 , 24,7)	11,2 (-6,5 , 28,8)	9 (-8,5 , 26,5)	6,8 (-9,5 , 23,1)	5,1 (-9,4 , 19,7)
26-12-2003	13,1 (-5,6 , 31,8)	14,9 (-5 , 34,8)	15,3 (-8,2 , 38,8)	12,3 (-10,7 , 35,4)	9,3 (-12,2 , 30,8)	7 (-12,3 , 26,3)
06-05-2005	13,9 (-6,5 , 34,4)	15,9 (-5 , 36,8)	16,3 (-8,7 , 41,3)	13,1 (-10,3 , 36,6)	9,9 (-11,5 , 31,3)	7,5 (-11,4 , 26,3)
22-09-2006	7,6 (-3,3 , 18,5)	8,7 (-2,7 , 20)	8,9 (-4,4 , 22,2)	7,2 (-6 , 20,3)	5,4 (-6,7 , 17,5)	4,1 (-6,6 , 14,8)
08-02-2008	8,5 (-3,6 , 20,6)	9,7 (-2,7 , 22,1)	10 (-5 , 25)	8 (-7,2 , 23,3)	6,1 (-7,6 , 19,7)	4,6 (-7,5 , 16,6)

Choque (dd-mm-aa)	VIRF para la variable r^M					
	Semana 1	Semana 4	Semana 13	Semana 26	Semana 39	Semana 52
09-08-2002	128 (96,3 , 159,8)	105,9 (81 , 130,7)	56,3 (28,9 , 83,7)	17,6 (-6 , 41,3)	5,6 (-11,5 , 22,6)	8 (-6,3 , 22,4)
26-12-2003	169,3 (130 , 208,7)	140 (107 , 173)	74,4 (38,4 , 110,5)	23,3 (-7,4 , 54,1)	7,4 (-15,6 , 30,4)	10,6 (-8,2 , 29,5)
06-05-2005	134,8 (102,6 , 167)	111,5 (84,2 , 138,7)	59,3 (29,4 , 89,1)	18,6 (-5,7 , 42,8)	5,9 (-11,3 , 23)	8,5 (-6,4 , 23,4)
22-09-2006	134,9 (102,1 , 167,6)	111,5 (84,5 , 138,5)	59,3 (31,4 , 87,1)	18,6 (-6,2 , 43,3)	5,9 (-13 , 24,7)	8,5 (-6,7 , 23,6)
08-02-2008	153,9 (119,6 , 188,1)	127,2 (99 , 155,4)	67,6 (34,2 , 101,1)	21,2 (-8,4 , 50,8)	6,7 (-14,8 , 28,2)	9,7 (-7,7 , 27,1)

* Función VIRF que muestra la respuesta en la desviación estándar de cada una de las series ante un choque de 25 p.b. en la tasa interbancaria (RM). Intervalos de confianza de 90% obtenidos a través de técnicas *bootstrapping* con 1000 replicaciones. Todas las cifras están en porcentaje.

Fuente: Cálculo de los autores

5. Conclusiones

Este documento verifica la existencia de al menos un canal de transmisión de política monetaria en Colombia durante el período 2001 a 2008, tiempo en el cual la política monetaria se ha manejado bajo el esquema de metas de inflación.

En particular, este documento utiliza un modelo teórico simple en el cual es posible identificar las principales relaciones entre las tasas de interés de política monetaria, la tasa interbancaria y las tasas de depósitos y créditos, y posteriormente se incluyen consideraciones particulares que deben ser tenidas en cuenta bajo un esquema de metas de inflación. En particular, las decisiones de política monetaria en este esquema no solamente deben procurar mantener en un nivel apropiado su instrumento de política, generalmente la tasa de interés, sino que además se preocupa por mantener estabilidad en la economía, reduciendo la volatilidad de las tasas de interés. En este orden de ideas, la dinámica de la transmisión de un choque de política monetaria sobre las tasas de interés es aproximada a través de modelos VECX-MGARCH, los cuales permiten no solo evaluar el impacto de un choque de política monetaria en el nivel de las tasas de interés, sino que, además incorpora la posibilidad de evaluar choques de política sobre la volatilidad de las mismas.

En general, los resultados derivados del modelo econométrico son satisfactorios. En primer lugar, los resultados de las funciones de impulso respuesta indican que, en el mediano plazo, la transmisión de un choque en la tasa de interés de política es completa sobre las tasas de interés del mercado, entendiendo esto como una relación uno a uno entre la tasa subasta de expansión con la tasa de interés interbancario y las tasas de interés de los bancos comerciales. En efecto, un incremento de cien puntos básicos sobre la tasa subasta de expansión (el instrumento de política monetaria) se ve reflejado en un aumento de la misma magnitud sobre la tasa interbancaria (el objetivo intermedio de política) dos semanas después. Al igual que con la tasa interbancaria, un aumento en la tasa subasta de expansión tiene una relación uno a uno con las tasas de créditos y depósitos de los bancos

comerciales, aunque en este caso dicha magnitud se observa cerca de un año después.

Con respecto a otros trabajos sobre la transmisión de tasas de interés en Colombia, este documento exhibe ciertas similitudes y diferencias. Al igual que en Betancourt et al (2008b) la transmisión de la política monetaria en el corto plazo es relativamente baja, mientras que en el mediano plazo la magnitud de la transmisión se encuentra cercana a la unidad. Sin embargo, este documento encuentra evidencia de que la transmisión de tasas de interés es completa, mientras que las magnitudes reportadas por Huertas et al (2005), Melo y Becerra (2006), Betancourt et al (2008a) y Betancourt et al (2008b), resultan inferiores. Una posible explicación a estas diferencias se encuentra en las muestras analizadas por cada una de estas investigaciones, ya que la mayoría de estos trabajos se incluyen períodos anteriores a la implementación del esquema de metas de inflación, períodos en los que la tasa de interés interbancaria no era la meta intermedia de política, por lo que no necesariamente debe seguir de cerca los objetivos del banco central.

En segundo lugar, respecto a los análisis de impulso respuesta sobre la varianza condicional de las series, la respuesta de la volatilidad de las tasas de interés ante un choque de política monetaria sugieren que, si bien el banco central afecta la tasa de más corto plazo (la tasa interbancaria), su efecto sobre la tasa de depósitos es relativamente pequeño y en el caso de la tasa de depósitos, no significativo. Esto tiene importantes implicaciones para la evaluación de la efectividad de la política monetaria, ya que los resultados sugieren que la credibilidad y efectividad de las medidas del banco central son altas, en razón a que, por un lado, la transmisión del choque de política es completa y, por otro lado, su efecto sobre la volatilidad es reducido.

Referencias

- Amato, J. D.; Laubach, T. "The value of interest rate smoothing: how the private sector helps the Federal Reserve", *Economic Review*, núm. Q III, Federal Reserve Bank of Kansas City, pp. 47-64, 1999.
- Bauwens, L.; Laurent, S.; Rombouts, J. V. K. "Multivariate GARCH models: a survey", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 21, núm. 1, pp. 79-109, 2006.
- Becerra, O.; Melo, L. F. "Transmisión de tasas de interés bajo el esquema de metas de inflación: evidencia para Colombia", *Borradores de Economía*, núm. 519, Banco de la República, 2008.
- Bernanke, B.; Blinder, A. "The federal funds rate and the channels of monetary transmission" *The American Economic Review*, vol. 82, núm. 4, American Economic Association, pp. 901-921, septiembre de 1992.
- Betancourt, R.; Rodríguez, N.; Vargas, H. (a). "Interest rate pass-through in Colombia: a micro-banking perspective", *Cuadernos de Economía (Latin American Journal of Economics)*, Instituto de Economía - Pontificia Universidad Católica de Chile, vol. 45, núm. 131, pp. 29-58, 2008.
- Betancourt, R.; Misas, M.; Bonilla, L. (b). "Pass-through' de las tasas de interés en Colombia: un enfoque multivariado con cambio de régimen", *Borradores de Economía*, núm. 535, Banco de la República, 2008.
- Bléjer, M.; Leone, A. "Introduction and overview". Bléjer, M.; Ize, A.; Leone, A.; Werlang, S. (eds.), *Inflation targeting in practice: strategic and operational issues and application to emerging market economies*, International Monetary Fund, pp. 1-7, 2000.
- Blinder, A. S. "Central bank credibility: why do we care? How do we build it?", *NBER Working Papers*, núm. 7161, National Bureau of Economic Research, 1999.
- Bollerslev, T. "Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity", *Journal of Econometrics*, Elsevier, vol. 31, núm. 3, pp. 307-327, abril de 1986.
- Bollerslev, T. "Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized ARCH model", *The Review of Economics and Statistics*, MIT Press, vol. 72, núm. 3, pp. 498-505, agosto de 1990.
- Bollerslev, T.; Engle, R. F.; Wooldridge, J. M. "A capital asset pricing model with time-varying covariances", *Journal of Political Economy*, University of Chicago Press, vol. 96, núm. 1, pp. 116-131, febrero de 1988.
- Boswijk, H. P.; Doornik, J. A. "Distribution approximations for cointegration tests with stationary exogenous regressors", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 20, núm. 6, pp. 797-810, 2005.
- Bredin, D.; Fitzpatrick, T.; O'Reilly, G. "Retail interest rate pass-through: the Irish experience", *The Economic and Social Review*, Economic and Social Studies, vol. 33, núm. 2, pp. 223-246, 2002.
- Dale, S.; Haldane, A. G. "Interest rates and the channels of monetary transmission: some sectoral estimates", *European Economic Review*, Elsevier, vol. 39, núm. 9, pp. 1611-1626, diciembre de 1995.
- Engle, R. F.; Kroner, K. F. "Simultaneous generalized ARCH, *Econometric Theory*", Cambridge University Press, vol. 11, pp. 122-150, 1995.
- Franses, P.; van Dijk, D. "Nonlinear time series models in empirical finance", Cambridge, Ed. Cambridge University Press, 2000.
- Freixas, X.; Rochet, C. "Microeconomics of banking", Cambridge, Ed. The MIT Press, 1997.

- Gómez, J.; Uribe, J. D.; Vargas, H. "The implementation of inflation targeting in Colombia", Borradores de Economía, núm. 202, Banco de la República, 2002.
- Hafner, C. M.; Herwartz, H. "Volatility impulse responses for multivariate GARCH models: An exchange rate illustration", Journal of International Money and Finance, Elsevier, vol. 25, núm. 5, pp. 719-740, agosto de 2006.
- Hannan, E. J.; Quinn, B. G. "The Determination of the order of an autoregression", Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological), vol. 41, núm. 2, pp. 190-195, 1979.
- Huertas, C.; Jalil, M.; Olarte, S.; Romero, J. "Algunas consideraciones sobre el canal del crédito y la transmisión de tasas de interés en Colombia", Borradores de Economía, núm. 351, Banco de la República, 2005
- Hülsewig, O.; Mayer, E.; Wollmershauser, T. "Bank loan supply and monetary policy transmission in Germany: an assessment based on matching impulse responses", Journal of Banking and Finance, Elsevier, vol. 30, núm. 10, pp. 2893-2910, 2005.
- Johansen, S. "Statistical analysis of cointegration vectors", Journal of Economic Dynamics and Control, Elsevier, vol. 12, núm. 2-3, pp. 231-254, 1988.
- Johansen, S. "Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models", Econometrica, Econometric Society, vol. 59, núm. 6, pp. 1551-1580, noviembre de 1991.
- Kok Sorensen, C.; Werner, T. "Bank interest rate pass-through in the euro area: a cross country comparison", Working Paper Series, núm. 580, European Central Bank, 2006.
- Longworth, D. "The canadian monetary transmission mechanism". Blejer, M.; Ize, A.; Leone, A.; Werlang, S. (eds.), Inflation targeting in practice: strategic and operational issues and application to emerging market economies, International Monetary Fund, pp. 37-43, 2000.
- Lütkepohl, H. "Applied time series econometrics", Cambridge, Ed. Cambridge University Press, 2004.
- Lütkepohl, H. "New introduction to multiple time series analysis", Berlin, Ed. Springer, 2004.
- Melo, L. F.; Becerra, O. "Una aproximación a la dinámica de las tasas de interés de corto plazo en Colombia a través de modelos GARCH multivariados", Borradores de Economía, núm. 366, Banco de la República, 2006.
- Mishkin, F. "The channels of monetary transmission: lessons for monetary policy", NBER Working Paper Series, núm. 5464, National Bureau of Economic Research, 1996.
- Mojon, B. "Financial structure and the interest rate channel of ECB monetary policy", Working Paper Series, núm. 40, European Central Bank, 2000.
- Sargent, T. "Macroeconomic theory", New York, Ed. Academic Press, 1979.
- Schwarz, G. "Estimating the dimension of a model", The Annals of Statistics, Institute of Mathematical Statistics, vol. 6, núm. 2, pp. 461-464, marzo de 1978.
- Tuysuz, S. "The effects of a greater central bank credibility on interest rates level and volatility response to news in the U. K", MPRA Paper, núm. 5263, University Library of Munich, Germany, 2007.
- Weth M. A. "The pass-through from market interest rates to bank lending rates in Germany", Discussion Paper Series 1: Economic Studies, núm. 2002, 11, Deutsche Bundesbank Research Centre, 2002.

Anexo A

Un modelo de la actividad bancaria

Como se mencionó, el modelo utilizado en este documento es una extensión del presentado en Hülsewig et al (2006), que incluye el mercado de depósitos. En este anexo se presenta la metodología utilizada para llegar a los resultados (1.8), (1.9), (1.17) y (1.18). Por simplicidad, este anexo únicamente reporta los resultados concernientes a la oferta de créditos, ya que los resultados para la demanda de depósitos pueden ser obtenidos utilizando los mismos argumentos que los presentados a continuación:

• Derivación de la oferta óptima de créditos

En el modelo planteado anteriormente, la condición de primer orden para la oferta de créditos es:

$$\beta E_t L_{t+1}^i (1 + \beta) L_t^i + L_{t,j}^i = -Y_t^{-1} (r_t^L - r_t^M) \quad (1.23)$$

al utilizar las propiedades del valor esperado condicional, tal que $E_t L_s = L_s$ para $s \leq t$, se tiene que:

$$\beta \left(1 - \frac{(1 + \beta)}{\beta} H + \frac{1}{\beta} H^2 \right) E_t L_{t+1}^i = -Y_t^{-1} (r_t^L - r_t^M) \quad (1.24)$$

donde H es un operador tal que $H^{-1} E_t X_t = E_t X_{t+1}$. La expresión anterior puede factorizarse como:

$$\left(1 - \frac{1}{\beta} H \right) (1 - H) E_t L_{t+1}^i = -(\beta Y_t)^{-1} (r_t^L - r_t^M) \quad (1.25)$$

y utilizando el resultado para polinomios geométricos $(1 - \lambda H)^{-1} x_t = -\sum_{j=1}^{\infty} \lambda^j x_{t+j}$ para $|\lambda| > 1$ (Sargent, 1979, p. 173), sobre $x_t = E_t (r_t^L - r_t^M)$ se obtiene:

$$E_t L_{t+1}^i = L_t^i + (\beta Y_t)^{-1} \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j E_t (r_{t+j}^L - r_{t+j}^M) \quad (1.26)$$

Al actualizar el conjunto de información al período y reorganizar términos, se obtiene que el proceso que

satisface la solución de la condición de primer orden establecida en (1.23) es (Sargent, 1979, p. 336):¹⁹

$$L_t^i = L_{t-1}^i + Y_t^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t (r_{t+j}^L - r_{t+j}^M) \quad (1.27)$$

- Tasa de interés de equilibrio en el mercado de créditos

Para encontrar la tasa de interés de equilibrio en el mercado de créditos, al agregar la ecuación (1.23) sobre los N bancos se tiene que:

$$\beta E_t L_{t+1}^i - (1 + \beta) L_t^i + L_{t,j}^i = -N Y_t^{-1} (r_t^L - r_t^M) \quad (1.28)$$

y al reemplazar la función inversa de demanda (ecuación (1.12)) en (1.28), en equilibrio, la función anterior toma la forma:

$$\beta E_t L_{t+1}^i (1 + N Y_t^{-1} b_t + \beta) L_t^i + L_{t,j}^i = -N Y_t^{-1} (b_0 - r_t^M)$$

$$\beta E_t L_{t+1}^i \Psi L_t^i + L_{t,j}^i = -N Y_t^{-1} (b_0 - r_t^M) \quad (1.29)$$

Reexpressando el polinomio $\beta(I - \Psi \beta^{-1} H + \beta^{-1} H^2)$ como $\beta(1 - \lambda_1^L H)(1 - \lambda_2^L H)$, es posible reformular la expresión anterior como:

$$\beta(1 - \lambda_1^L H)(1 - \lambda_2^L H) E_t L_{t+1}^i = -N Y_t^{-1} (b_0 - r_t^M) \quad (1.30)$$

donde λ_1^L y λ_2^L son las inversas de las raíces del polinomio característico $(1 - \Psi \beta^{-1} z + \beta^{-1} z^2) = 0$. Utilizando un análisis similar al caso anterior, el proceso solución que satisface esta condición está dado por (Sargent, 1979, p. 336):

¹⁹ Cabe anotar que los resultados requieren que el proceso de diferencial de tasas de interés $E_t(r_t^L - r_t^M)$ sea acotado. Las condiciones para garantizar el acotamiento de este proceso se encuentran en Sargent (1979, pag- 336).

$$L_t = \lambda_1^t L_{t-1} + \lambda_1^t N V_1^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} (\lambda_2^t)^j E_t (b_0 - r_{t+j}^M) \quad (1.31)$$

Para obtener la tasa de interés de equilibrio, basta con reemplazar la cantidad óptima de créditos en la ecuación de demanda (1.12).



Anexo B

Tasas de interés utilizadas en el documento

Para evaluar la transmisión de un choque de política monetaria sobre las demás tasas de interés, se utilizaron cuatro tasas, la tasa subasta de expansión (r^E), la tasa interbancaria (r^M), la tasa de certificados de depósitos a término fijo de 90 días (r^D) y la tasa de colocación sin tesorería (r^L) durante el período comprendido entre enero de 2001 y febrero de 2008, todas expresadas en términos nominales, en frecuencia semanal. A continuación se describen las principales generalidades y metodologías de cálculo para cada una de las tasas anteriores.²⁰

A. Tasas de intervención del Banco de la República

Tasas subasta de expansión (contracción). Son las tasas a las cuales el banco central aumenta (o contrae) liquidez del mercado a través de subastas en las que se ha fijado previamente el monto.

Tasas lombardas de expansión (contracción). Es la máxima (mínima) tasa a la cual el banco central expande (contrae) la liquidez del sistema financiero a través de ventanillas en las que se retiran (depositan) montos ilimitados.

Cabe anotar que de estas cuatro tasas, la única tasa que se ha mantenido activa durante todo el período ha sido la tasa subasta de expansión. En efecto, las tasas subasta de contracción, lombarda de expansión y lombarda de contracción han sido cerradas discrecionalmente por el banco central en algunos períodos de la muestra.

B. Tasa interbancaria (TIB)

Es la tasa (para un día hábil) a la que negocian los intermediarios financieros entre sí, y no requiere garantía. Se calcula como el promedio ponderado por monto de las tasas negociadas en el día.

C. Tasa de certificados de depósitos a término fijo a 90 días (DTF)

Es el promedio de las tasas de interés efectivas de los certificados de depósito a término fijo (CDT) a 90 días, ponderado por monto transado, emitidos por los bancos, corporaciones financieras y compañías de financiamiento comercial. Es calculada por el Banrep

como resultado de todas las operaciones reportadas por los intermediarios financieros a lo largo de una semana que va de viernes a jueves.

D. Tasa de colocación (sin tesorería)

La tasa de colocación sin tesorería se calcula como el promedio ponderado por monto transado de las tasas activas de los establecimientos de crédito (bancos, corporaciones financieras, compañías de financiamiento comercial, organismos cooperativos y cooperativas financieras). De acuerdo con la legislación colombiana actual, los créditos de estos establecimientos se agrupan en cuatro diferentes categorías:

a. Tasa de crédito preferencial

Es la tasa cobrada a aquellos clientes preferenciales o corporativos que tienen poder de negociación, donde la categoría preferencial implica una menor exposición al riesgo de crédito y, por ende, una tasa relativamente menor a las demás. Incluye las tasas implementadas por todos los establecimientos de crédito.

b. Tasa de crédito de tesorería

Es la tasa cobrada a los créditos otorgados a clientes preferenciales o corporativos con un plazo inferior a 30 días, cuyo objetivo primordial es el de solucionar eventuales problemas de liquidez.

c. Tasa de crédito de consumo

Es la tasa cobrada a los créditos otorgados a particulares por parte de los establecimientos de crédito, cuyo fin es la adquisición de bienes de consumo o el pago de servicios no comerciales. No se incluyen préstamos con tarjeta de crédito. Se incluyen todos los montos y plazos reportados.

d. Tasa de crédito ordinario

La tasa de crédito ordinario está asociada con los créditos que no pueden ser clasificados como de Tesorería o Preferencial. Incluye todos los montos y plazos posibles.

La tasa de colocación sin tesorería es el promedio, ponderado por monto, de las tasas de crédito de consumo, preferencial y ordinario de los días

²⁰ Adaptado de http://www.banrep.gov.co/series-estadisticas/see_glosa.htm#15

hábilmente correspondientes a los anteriores 30 días calendario reportado por los establecimientos de crédito, excluyendo los créditos con una duración inferior a 90 días. Adicionalmente, como su nombre lo indica, esta tasa excluye de su cálculo todos los préstamos asociados con créditos de tesorería.

Anexo C Pruebas de especificación del modelo VECX-MGARCH

Cuadro C-1. Pruebas de raíz unitaria

Serie	Prueba	Hipótesis Nula	Estadística	Valor Crítico al 5%
r^L	Elliott-Rothenberg-Stock DF con constante	No estacionariedad	-0,040	-1,942
r^L	KPSS con constante	Estacionariedad	1,808	0,463
r^D	Elliott-Rothenberg-Stock DF con constante	No estacionariedad	-0,006	-1,942
r^D	KPSS con constante	Estacionariedad	1,692	0,463
r^M	Elliott-Rothenberg-Stock DF con constante	No estacionariedad	-0,182	-1,942
r^M	KPSS con constante	Estacionariedad	0,509	0,463

Fuente: Cálculo de los autores

Cuadro C-2. Pruebas de cointegración de Johansen

Ho: Rango de Π	Traza	Estadística Q (Boswijk y Doornik)	Valores críticos al 10% (est. Q)
0	31,16	16,067	12,861
1	14,38	6,987	6,049
2	3,17	1,714	2,289

Fuente: Cálculo de los autores

Cuadro C-3. Vectores de cointegración estimados

Variables	Primer Vector de cointegración	Segundo Vector de cointegración
r^L	1	0
r^D	0	1
r^M	-1,592 (0,285)	-1,540 (0,210)

*Errores estándar entre paréntesis.
Fuente: Cálculo de los autores

Cuadro C-4. Pruebas de especificación sobre los residuales del modelo VECX(10,4)

Pruebas Univariadas				
Prueba	Hipótesis Nula	Rezago	Estadística	Valor p
Prueba de Engle sobre ecuación r^L	No hay efecto GARCH	15	22,79	0,09
Prueba de Engle sobre ecuación r^D	No hay efecto GARCH	15	29,44	0,01
Prueba de Engle sobre ecuación r^M	No hay efecto GARCH	15	68,86	<0,001

Pruebas Multivariadas

Prueba	Hipótesis Nula	Rezago	Estadística	Valor p
Portmanteau tipo Ljung-Box sobre los residuales	No existe autocorrelación	90	656,69	0,99
Portmanteau tipo Ljung-Box sobre el cuadrado de los residuales	No hay efecto MGARCH	15	529,60	<0,001

Fuente: Cálculo de los autores

Cuadro C-5. Pruebas de especificación multivariadas sobre los residuales estandarizados del modelo VECX(10,4) - MGARCH(1,1)

Prueba	Hipótesis Nula	Rezago	Estadística	Valor p
Portmanteau tipo Ljung-Box sobre los residuales	No existe autocorrelación	90	765,15	0,87
Portmanteau tipo Ljung-Box sobre el cuadrado de los residuales	No hay efecto MGARCH	15	149,11	0,19
Shapiro	Normalidad	-	0,975	<0,001

Fuente: Cálculo de los autores

Cuadro C-6. Módulos de las raíces de los polinomios asociados al modelo VECX(10,4) - MGARCH(1,1) *

Módulos de las raíces del polinomio VEC	1,00, 1,01, 1,05, 1,17, 1,17, 1,19, 1,19, 1,19, 1,19, 1,20, 1,20, 1,22, 1,22, 1,25, 1,25, 1,25, 1,25, 1,25, 1,25, 1,25, 1,26, 1,26, 1,27, 1,27, 1,28, 1,28, 1,29, 1,29, 1,29, 1,29, 1,57
Módulos de las raíces del polinomio MGARCH	1,03, 1,04, 1,06, 1,06, 1,11, 1,11

* Módulos menores que uno implican no estacionariedad.
Fuente: Cálculo de los autores

Anexo D

Modelos GARCH multivariados

La extensión multivariada de los modelos GARCH corresponde a una generalización de los modelos univariados desarrollados por Bollerslev (1986). En el caso multivariado, la media condicional del proceso y_t de dimensión $N \times 1$ puede ser representada por un modelo VARX(1,s):

$$Y_t = \mu + C_1 Y_{t-1} + \dots + C_l Y_{t-l} + D_0 x_t + \dots + D_s x_{t-s} + \varepsilon_t \quad (1.32)$$

Donde x_t corresponde a un vector de variables exógenas de dimensión M y C_i y D_i representan matrices de coeficientes de dimensiones $N \times N$ y $N \times M$, respectivamente.

Usualmente se asume que los errores del modelo (1.32) tienen una distribución condicional normal multivariada con valor esperado cero (vectorial) y matriz de covarianzas H_t . Si Ψ_t denota el conjunto de información disponible hasta el período t :

$$\varepsilon_t | \Psi_{t-1} \square N_N(0, H_t) \quad (1.33)$$

Este modelo es denominado VARX-MGARCH. Al igual que en el modelo GARCH(p, q) del caso univariado, la matriz de covarianzas H_t depende de las observaciones pasadas de ε_{t-i} , $i = 1, \dots, q$ y de las matrices de covarianzas H_{t-i} , $i = 1, \dots, q$. Considerando que $vech(\cdot)$ denota el operador que transforma la parte triangular inferior (incluyendo la diagonal) de una matriz simétrica $N \times N$ en un vector de dimensión $N^* = (N(N + 1)/2)$, un modelo GARCH(p, q) multivariado, MGARCH(p, q), puede ser representado como:

$$vech(H_t) = c + \sum_{i=1}^q A_i vech(\varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}') + \sum_{i=1}^p B_i vech(H_{t-i}) \quad (1.34)$$

La expresión (1.34) es denominada representación *vec* del modelo MGARCH,²¹ A_i y B_i corresponden a matrices de parámetros de dimensión N^* y N^* es un vector $N^* \times 1$.

Una condición suficiente para la estacionariedad en sentido débil del proceso $\{\varepsilon_t\}$ se tiene si todas las raíces del determinante de la ecuación matricial (1.35) están por fuera del círculo unitario:

$$\det \left[I - \sum_{i=1}^{\max(p, q)} (A_i + B_i) z^i \right] = 0 \quad (1.35)$$

Con $A_{q+i} = \dots = A_p = 0$ si $p > q$, y $B_{p+i} = \dots = B_q = 0$ si $q > p$. Bajo el supuesto de estacionariedad débil, la matriz de covarianzas no condicionada de ε_t es:

$$vech(H) = \left[I - \sum_{i=1}^{\max(p, q)} (A_i + B_i) \right]^{-1} c \quad (1.36)$$

Un problema del modelo MGARCH(p, q) *vec* es su alto número de parámetros, $\frac{1}{4}(p + q) N^2 (N + 1)^2 + \frac{1}{2} N (N + 1)$; por lo cual se han propuesto varias alternativas, entre las cuales se encuentran modelos diagonales y modelos basados en GARCH univariados.²²

Bollerslev *et al* (1988) propusieron los modelos *vec* diagonales, o *dvec*, en los cuales las matrices A_i y B_i son diagonales. Sin embargo, bajo esta representación no se puede garantizar que la matriz de covarianzas H_t sea definida positiva.

Otra manera de formular los modelos MGARCH es a través de modelos GARCH univariados. Uno de estos casos corresponde al modelo de correlación constante (CCC), sugerido por Bollerslev (1990). Este modelo parte del hecho que $H_t = \Delta_t R_t \Delta_t$, donde R_t corresponde a la matriz de correlación condicional y Δ_t es a la matriz diagonal de desviaciones estándar condicionales.

²¹ Bollerslev et al (1988)

²² Sin embargo, existen otras representaciones de modelos MGARCH. Por ejemplo, generalizaciones de modelos de correlación constante, modelo factoriales, modelos con coeficientes aleatorios, entre otros. Un recuento de este tipo de modelos puede ser consultado en Franses y van Dijk (2000) y Bauwens et al (2006).

El modelo CCC supone que la matriz de correlaciones condicionales es constante en el tiempo y por lo tanto $H_t = \Delta_t R \Delta_t$. En esta representación Bollerslev supone que las varianzas condicionales son determinadas de acuerdo a modelos GARCH univariados, mientras que las covarianzas condicionales son determinadas por la relación $H_t = \Delta_t R \Delta_t$.

Engle y Kroner (1995) plantearon la siguiente especificación:

$$H_t = C_0' C_0 + \sum_{k=1}^k \sum_{i=1}^q F_{ki}' \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}' F_{ki} + \sum_{k=1}^k \sum_{i=1}^p G_{ki}' H_{t-i} G_{ki} \quad (1.37)$$

donde C_0 es una matriz triangular inferior de orden $N \times N$ y F_{ki} y G_{ki} son matrices $N \times N$ de parámetros.

Este modelo es conocido como representación BEKK(p, q, k). En su forma más sencilla, BEKK($p, q, 1$), este modelo tiene menos parámetros que los modelos *vec* y presenta dos características positivas. Primero, las matrices H_t son simétricas y definidas positivas si por lo menos alguna de las matrices C_0 ó G_{ki} tiene rango completo. Segundo, a diferencia de otros modelos más restrictivos, la representación BEKK permite una mayor dinámica. Por ejemplo, no asume que la matriz de correlaciones condicional sea constante; adicionalmente, este modelo permite una dependencia directa entre la varianza condicional de una variable con respecto a los datos observados de las varianzas condicionales de otras variables del sistema.

El modelo BEKK(p, q, k) puede ser representado en la notación *vec* utilizando las propiedades de los operadores *vech* y *vec*.²³ Para $p = q = k = 1$ este modelo se representa como:

$$H_t = C_0' C_0 + F_1' \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' F_1 + G_1' H_{t-1} G_1 \quad (1.38)$$

$$\text{vech}(H_t) = \text{vech}(C_0' C_0) + L_N \text{vec}(F_1' \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' F_1) + L_N \text{vec}(G_1' H_{t-1} G_1) \quad (1.39)$$

$$\text{vech}(H_t) = \text{vech}(C_0' C_0) + L_N (F_1 \otimes F_1)' D_N \text{vec}(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}') + L_N (G_1 \otimes G_1)' D_N \text{vech}(H_{t-1}) \quad (1.40)$$

donde D_N representa la matriz de duplicación tal que para una matriz simétrica A de dimensiones $N \times N$, $\text{vec}(A) = D_N \text{vech}(A)$ y L_N es la matriz de eliminación tal que $\text{vech}(A) = L_N \text{vec}(A)$.

Anexo E

Función de impulso respuesta en volatilidad

En los modelos de series de tiempo multivariados la función de impulso respuesta se utiliza para analizar el efecto de un choque a una serie del sistema. Este concepto está asociado al modelamiento del primer momento de las series y puede ser generalizado al segundo momento usando modelos GARCH multivariados. Es así como Hafner y Herwartz (2006) definen la función de impulso respuesta en la volatilidad, VIRF, para un modelo MGARCH como la diferencia entre el valor esperado condicional de H_t con y sin choque:²⁴

$$\text{VIRF}_t(\delta) = E[\text{vech}(H_t) | \varepsilon_0 = \delta, \Psi_t] - E[\text{vech}(H_t) | \varepsilon_0 = 0, \Psi_t] \quad (1.41)$$

Por lo tanto, la VIRF indica el efecto que tiene un choque de magnitud δ sobre la varianza condicional, t periodos después de haberse realizado. Para un modelo MGARCH(1,1) en representación *vec* se tiene el siguiente resultado:

$$\text{VIRF}_t(\delta) = \begin{cases} A \text{vech}(\delta \delta') \text{ para } t=1 \\ (A_1 + B_1) \text{VIRF}_{t-1}(\delta) \text{ para } t > 1 \end{cases} \quad (1.42)$$

Utilizando las expresiones (1.40) y (1.42), la VIRF para un modelo BEKK (1,1,1) está dada por:

$$\text{VIRF}_t(\delta) = \begin{cases} L_N (F_1 \otimes F_1)' D_N \text{vech}(\delta \delta') \text{ para } t=1 \\ L_N (F_1 \otimes F_1 + G_1 \otimes G_1)' D_N \text{VIRF}_{t-1}(\delta) \text{ para } t > 1 \end{cases} \quad (1.43)$$

²³ El operador *vec* transforma una matriz en un vector, posicionando las columnas de la matriz una debajo de otra.

²⁴ Hafner y Herwartz (2006) utilizan varias definiciones de VIRF. En este documento se utiliza la definición que los autores denominan como CVP, la cual es la más cercana a la definición de la función de impulso respuesta tradicional. Se usa la versión con choque fijo y con línea de comparación cero.

Hafner y Herwartz (2006) proponen dividir cada elemento de la VIRF por las volatilidades condicionales asociadas al período de choque, H_0 . Esto permite interpretar estos resultados como desviaciones porcentuales con respecto a los elementos de H_0 .

Una diferencia importante entre la función de impulso respuesta para un modelo VAR o VARX y la VIRF estandarizada, es que esta última sí depende del período en que se realiza el choque. Esto es debido a que la VIRF estandarizada depende de H_0 .

